Fiche électrostatique

$$\overrightarrow{E}(M) = \frac{q\overrightarrow{u}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = \frac{q \cdot \overrightarrow{OM}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot OM^3}$$

$$\overrightarrow{E}(M) = \int \frac{\lambda(P) \cdot dl \cdot \overrightarrow{u_{PM}}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM^2} \quad \overrightarrow{E}(M) = \iint \frac{\sigma(P) \cdot dS \cdot \overrightarrow{u_{PM}}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM^2} \quad \overrightarrow{E}(M) = \iiint \frac{\rho(P) \cdot d\tau \cdot \overrightarrow{u_{PM}}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM^2}$$

Propriété : $\overrightarrow{E}$ n'est pas défini en q, sur $\mathcal{C}$ chargé, sur Σ chargée. Mais il existe dans V chargé.
Symétrie : symétrie de distribution implique une symétrie de $\overrightarrow{E}$.

Théorème de Gauss : énoncé sous forme intégrale : Le flux sortant du champ électrostatique à travers une surface fermée Σ, dû à une distribution $\mathcal{D}$ est égale à la charge intérieure à Σ divisée par ε_0.

$$\oiint_{\Sigma} \overrightarrow{E}(P) \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$\overrightarrow{E}$ n'est pas à flux conservatif.

Théorème de Gauss : formulation locale :

$$div\overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Potentiel électrostatique : $\exists V$ un scalaire tel que :

$$\int_{M_1}^{M_2} \overrightarrow{E}(P) \cdot \overrightarrow{dl} = -\Delta V = V(M_1) - V(M_2)$$

Pour Γ fermée : $\oint_{\Gamma} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = V(M_1) - V(M_1) = 0$: $\overrightarrow{E}$ est à circulation conservative.
V n'est pas défini sur q, sur une densité linéique, mais défini et continu sur une surface chargé ou dans un volume chargé.
Formules : valables uniquement si $\mathcal{D}$ (la distribution) ne présente pas de charges à l'infini :

$$V(M) = \int_{\mathcal{C}} \frac{\lambda(P) \cdot dl}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM} \quad V(M) = \iint_{\mathcal{C}} \frac{\sigma(P) \cdot dS}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM} \quad V(M) = \iiint \frac{\rho(P) \cdot d\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot PM}$$

Charges ponctuelles :

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot P_i M}$$

Potentiel : formulation locale : $\overrightarrow{E}$: circulation conservative donc $\exists u$ tel que $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\, u$.
En fait, on pose $V = -u$.

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

V est défini à une constante près.
$\overrightarrow{E}$ va des potentiels les plus élevés vers les potentiels les plus faibles.

Énergie potentielle d'une charge ponctuelle : q placé en M où le potentiel est $V(M)$. Alors l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p = q \cdot V(M)$.
Remarque : $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{grad}\ \mathcal{E}_p = -\overrightarrow{grad}\ (qV) = q\overrightarrow{E}$.

Équipotentielles : Définition : surface à V constant, or $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\ V$.
D'après les propriétés du gradient, $\overrightarrow{E}$ est perpendiculaire aux équipotentielles.
$\overrightarrow{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

Équation de Poisson :

$$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$$

Cas particulier si $\rho = 0$:

$$\Delta V = 0 \text{ : équation de Laplace}$$

La forme de la solution dépend très fortement des conditions aux limites.

Relation de passage : Soit Σ une surface chargée. Soit 1 et 2 les deux demi-espaces. Soit $\overrightarrow{n_{12}}$ le vecteur normal à Σ en P. Soit P_1 et P_2 deux points de 1 et 2 infiniment proches de P.

$$\overrightarrow{E}(P_2) - \overrightarrow{E}(P_1) = \frac{\sigma(P)}{\varepsilon_0}\overrightarrow{n_{12}}$$

Conducteur : système qui possède des porteurs de charges électriques mobiles sous l'effet d'une force aussi petite soit-elle. Les porteurs sont confinés à l'intérieur du conducteur.

Équilibre électrostatique : on se limite à l'étude des états particulier des conducteurs tels qu'aucune charge ne bouge à l'échelle mésoscopique.

Propriétés :
- $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$ dans un conducteur ;
- les charges ne sont que surfaciques ;
- le conduceur est équipotentiel ;
- théorème de Coulomb : $\overrightarrow{n}$ va du conducteur vers l'extérieur :

$$\overrightarrow{E}(P) = \frac{\sigma(P)}{\varepsilon_0}\overrightarrow{n}$$

Charge :

$$Q = CV$$

Q : charge ; C : capacité du conducteur (F).

Condensateur : ensemble de deux conducteurs électriques en influence totale i.e. tels que toute ligne de champs partant d'un conducteur arrive sur l'autre.

Charge : On note Q_{ext} la charge portée par la face interne de la plaque extérieure et Q_{int} la charge portée par le conducteur interne.

$$Q_{\text{ext}} = -Q_{\text{int}}$$

La charge du conducteur est $Q_{\text{int}} = Q$.

Potentiel : On appelle V la tension aux bornes du condensateur :

$$V = V_{\text{int}} - V_{\text{ext}}$$

Capacité :

$$Q_{\text{int}} = C(V_{\text{int}} - V_{\text{ext}})$$

C est la capacité du condensateur, elle est positive et ne dépend que de la forme des armatures.

Condensateur plan : S : surface d'une armature :

$$C_{\text{condo plan}} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

Condensateur sphérique :

$$C_{\text{condo sphérique}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Aspect énergétique :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Dipôle électrostatique : Toute distribution globalement neutre est entièrement caractérisée par son moment dipolaire noté $\overrightarrow{p}$.

$$\overrightarrow{p} = \iiint_V \rho(P) \cdot \overrightarrow{OP} \cdot d\tau$$

$$V(r,\theta) = \frac{\|\overrightarrow{p}\| \cdot \cos\theta}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} \qquad V(M) = \frac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{OM}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot OM^3}$$

$$\overrightarrow{E} : \begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{2\|\overrightarrow{p}\| \cdot \cos\theta}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^3} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = \dfrac{\|\overrightarrow{p}\| \cdot \sin\theta}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^3} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{E} = \frac{3(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{OM}) \cdot \overrightarrow{OM} - OM^2 \cdot \overrightarrow{p}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot OM^5}$$

Si $\overrightarrow{E}$ est uniforme,

$$\begin{cases} \overrightarrow{R} = \overrightarrow{O} \\ \overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{E}_{\text{ext}} \end{cases}$$