# MES Chapitre 1 : Cinématique du solide

8/9/2011

---

**Définition :** Un solide est un système de points matériels tels que la distance entre deux points $A$ et $B$ quelconques de ce solide est une constante au cours du temps.

**Degrés de liberté :** Ce sont les paramètres à connaître pour savoir où se trouve le solide et dans quelle configuration. Le nombre de degrés de liberté détermine le nombre d'équations à écrire.

**Exemples de mouvements :**

- Translation : $\left(\dfrac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{v}(A)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{v}(B)_{/\mathscr{R}}$.
- Rotation autour d'un axe fixe dans $\mathscr{R}$ : Rotation caractérisée par le vecteur rotation $\overrightarrow{\omega}$. $\forall P \in S$, $\overrightarrow{v}(P) = \overrightarrow{\omega}(S_{/\mathscr{R}}) \wedge \overrightarrow{OP}$.
  $\overrightarrow{\omega}$ mesure le taux de variation angulaire du solide à partir d'une direction fixe de $\mathscr{R}$.
- Rotation autour d'un axe de direction fixe dans $\mathscr{R}$ : C'est une combinaison d'un mouvement de rotation autour d'un axe $\Delta$ fixe dans un référentiel $\mathscr{R}'$, $\mathscr{R}'$ étant en translation par rapport à $\mathscr{R}$.

**Champs des vitesses dans un solide :** Relation de Varignon : relation entre les vitesses de deux points appartenant au même solide. Soit $A$ et $B$ deux points d'un solide $S$. On reprend les notations du cas « rotation autour d'un axe de direction fixe dans $\mathscr{R}$ ».

$$\overrightarrow{v}(B)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{v}(A)_{/\mathscr{R}} + \overrightarrow{\omega}(S_{/\mathscr{R}}) \wedge \overrightarrow{AB}$$

Le champ des vitesses a une structure de torseur.
Torseur cinématique dont la résultante $\overrightarrow{\omega}(S_{/\mathscr{R}})$ et le moment résultant en $A$ est $\overrightarrow{v}(A)$ ce que l'on note : $\{\overrightarrow{\omega}(S_{/\mathscr{R}}), \overrightarrow{v}(A)\}_{/A}$

**Cinématique du contact entre deux solides :** Soit deux solides $S_1$ et $S_2$, en contact ponctuel au point $I$. On suppose l'existence d'un plan tangent commun aux deux solides en $I$. On considère deux points matériels $I_1$ et $I_2$, appartenant à $S_1$ et $S_2$, qui sont confondus avec $I$ à l'instant considéré.
$S_2$ peut être en translation par rapport à $S_1$. On la caractérise par la vitesse de glissement de $S_2$ par rapport à $S_1$. Cette vitesse appartient nécessairement au plan tangent commun.

$$\overrightarrow{v_g}(S_2/S_1) = \overrightarrow{v}(I_2 \in S_2) - \overrightarrow{v}(I_1 \in S_1)$$

$S_2$ peut également être en rotation par rapport à $S_1$. Cette rotation est caractérisée par un vecteur rotation.

$$\overrightarrow{\Omega}_{2/1} = \overrightarrow{\Omega}_N + \overrightarrow{\Omega}_t$$

$\overrightarrow{\Omega}_N$, composante normale, caractérise le pivotement de $S_2$ par rapport à $S_1$.
$\overrightarrow{\Omega}_t$, composante tangentielle, caractérise le roulement de $S_2$ par rapport à $S_1$.

**Cas du roulement sans glissement :** $S_2$ roule sans glisser sur $S_1$ si :

- $\overrightarrow{v_g} = \overrightarrow{0}$ et
- s'il n'y a pas de pivotement i.e. $\overrightarrow{\Omega}_N = \overrightarrow{0}$.