Fiche magnétostatique

Définition : un courant électrique est un déplacement de charges électriques.

Modélisation volumique : Soit un volume élémentaire $d\tau$ contenant $n(P)$ porteurs de charges électrique q qui se déplacent à la vitesse $\overrightarrow{v}(P)$. On appelle vecteur densité volumique de courant électrique le vecteur $\overrightarrow{j}(P) = n(P) \cdot q \cdot \overrightarrow{v}(P) = \rho(P) \cdot \overrightarrow{v}(P)$ avec $\rho(P) = n(P) \cdot q$. $\overrightarrow{j}$ est en $A \cdot m^{-2}$.
Le flux de $\overrightarrow{j}$ à travers une surface $\overrightarrow{dS}$ donne dI, intensité élémentaire tranversant $\overrightarrow{dS}$:

$$dI = \overrightarrow{j}(P) \cdot \overrightarrow{dS}$$

$$dI = \overrightarrow{j_S}(P) \cdot \overrightarrow{dl}$$

Élément de courant :
- Filiforme : $\overrightarrow{dC} = I\overrightarrow{dl}$
- Surfacique : $\overrightarrow{dC} = \overrightarrow{j_S}(P)dS$
- Volumique : $\overrightarrow{dC} = \overrightarrow{j}(P)d\tau$

Symétries pour la distribution de courant :
- $\forall P, P'$ symétrique par rapport à un plan d'antisymétrie : $\overrightarrow{dC}(P')$ est l'antisymétrique de $\overrightarrow{dC}(P)$;
- $\forall P, P'$ symétrique par rapport à un plan de symétrie : $\overrightarrow{dC}(P')$ est le symétrique de $\overrightarrow{dC}(P)$.

Symétries et champ magnétostatique :
- $\overrightarrow{B}(M)$ et $\overrightarrow{B}(M')$ antisymétrique en deux points symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution de courant.
- $\overrightarrow{B}(M)$ et $\overrightarrow{B}(M')$ symétrique en deux points symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution de courant.
- $\overrightarrow{B}(M)$ orthogonal à un plan de symétrie si M appartient à ce plan.
- $\overrightarrow{B}(M)$ appartient à un plan d'antisymétrie si M appartient à ce plan.

Loi de Biot et Savart : Soit $\mathcal{D}$ une distribution de courant.

$$\overrightarrow{B}(M) = \int_{\mathcal{D}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dC}(P) \wedge \overrightarrow{u_{PM}}}{PM^2}$$

Théorème d'Ampère : La circulation du champ magnétostatique $\overrightarrow{B}$ le long d'un contour fermé, orienté est égale à l'intensité des courants traversant une surface quelconque orientée et s'appuyant sur ce contour multiplier par μ_0.

$$\oint_{\Gamma} \overrightarrow{B}(P) \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \cdot I_{\Sigma}$$

Formulation locale du théorème d'ampère :

$$\overrightarrow{rot}\overrightarrow{B} = \mu_0 \cdot \overrightarrow{j} \text{ : équation de Maxwell-Ampère de la magnétostatique}$$

Flux du champs magnétostatique :

$$\forall \Sigma \text{ fermée, } \oiint_\Sigma \overrightarrow{B(P)} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$$

Formulation locale :

$$div\ \overrightarrow{B} = 0 \text{ : équation de Maxwell-Flux}$$

Potentiel vecteur :

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{rot}\overrightarrow{A}$$

$\overrightarrow{A}$ est défini et continu dans une distribution volumique ou sur une distribution surfacique mais pas en un point d'un circuit filiforme.

Équation de Poisson :

$$\Delta\overrightarrow{A} + \mu_0 \cdot \overrightarrow{j} = \overrightarrow{0} \text{ seulement dans la jauge de Coulomb}$$

Calcul du potentiel vecteur :

$$\overrightarrow{A} = \iiint_V \frac{\mu_0 \cdot \overrightarrow{j}(P) \cdot d\tau}{4\pi \cdot PM}$$

Ou : soit Γ contour fermé orienté, Σ qui s'appuye sur Γ,

$$\oint_\Gamma \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{dl} = \iint_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Symétries et potentiel vecteur :

- $\overrightarrow{A}(M)$ et $\overrightarrow{A}(M')$ symétrique l'un de l'autre si M et M' sont symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution de courant.
- $\overrightarrow{A}(M)$ et $\overrightarrow{A}(M')$ antisymétrique l'un de l'autre si M et M' sont symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution de courant.
- $\overrightarrow{A}(M)$ appartient au plan de symétrie si M appartient à ce même plan.
- $\overrightarrow{A}(M)$ est orthogonal au plan d'antisymétrie si M appartient à ce même plan.

Relation de passage : Soit Σ une surface, $\overrightarrow{n_{12}}$ unitaire, normal à Σ en P de 1 vers 2, P_1 (resp. P_2) infiniment proche de P du coté de 1 (resp. de 2).

$$\overrightarrow{B}(P_2) - \overrightarrow{B}(P_1) = \mu_0 \cdot \overrightarrow{j_S} \wedge \overrightarrow{n_{12}}$$

Force de Laplace : Tout conducteur parcourut par des courants et plongé dans un champ magnétique subit une force dite force de Laplace. La force de Lapace élémentaire sur un élément de courant $\overrightarrow{dC}$ là où règne $\overrightarrow{B}$ est :

$$d\overrightarrow{f_L} = \overrightarrow{dC} \wedge \overrightarrow{B}$$

Loi d'Ohm locale : Dans un conducteur qui suit la loi d'Ohm (conducteur ohmique), on a :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

σ : conductivité électrique du conducteur en $S \cdot m^{-1}$. On note aussi $\rho = \dfrac{1}{\sigma}$ la résistivité du conducteur en $\Omega \cdot m$.

Champ crée par une spire : Spire d'axe Oz, de rayon R, parcourue par une intensité I et α désigne l'angle sous lequel la spire voit M.

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \sin^3 \alpha}{2R} \vec{u_z}$$

Moment magnétique associé à un circuit :

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S}$$

$$\vec{B} : \begin{cases} B_r = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{2 \cdot \|\vec{M}\| \cdot \cos\theta}{r^3} \\ B_\theta = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{\|\vec{M}\| \cdot \sin\theta}{r^3} \end{cases}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \cdot \vec{M} \wedge \overrightarrow{OM}}{4\pi \cdot r^2}$$

Énergie potentiel :

$$\mathcal{E}_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}_{\text{ext}}$$

Si $\vec{B}_{\text{ext}}$ uniforme,

$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{0} \\ \vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_{\text{ext}} \end{cases}$$