OPHY Chapitre 2 : Interférence à deux ondes

7/11/2011

1 Éclairement résultant dû à deux ondes monochromatiques

Soit deux sources S_1, S_2 et M un point de l'espace. $s_1(S_1,t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2,t) = A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_{S_2})$ avec A_1, A_2 sont des constantes.

1.1 Calcul avec les réels

$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2}KA_1^2$ et $\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2}KA_2^2$. Formule de Fresnel des interférences à deux ondes : $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos(\Delta\varphi(M))$ avec $\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$.

1.2 Interprétation

Valeur maximale de $\mathcal{E}$: $\mathcal{E}_{\min} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$.
Valeur maximale de $\mathcal{E}$: $\mathcal{E}_{\max} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$.

Cas particulier : $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E} = 0$: $\mathcal{E}_{\min} = 4\mathcal{E}_0$ et $\mathcal{E}_{\min} = 0$.

Si $\Delta\varphi(M) = 0[2\pi]$, l'éclairement est maximal : on a des interférences construtives.
Si $\Delta\varphi(M) = \pi[2\pi]$, l'éclairement est minimal : on a des interférences destructives.

Mais il faut que les sources soient non seulement synchrones mais cohérentes. Pour cela, il faut une seule source et un dispositif interférométrique qui donnera deux sources secondaires cohérentes.
$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left((SM)_1 - (SM)_2\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$.
$\Delta\varphi(M) = 0[2\pi] \Leftrightarrow \delta$ est un nombre entier de fois λ_0. $\delta = k\lambda_0,\ k \in \mathbb{Z}$.
$\Delta\varphi(M) = \pi[2\pi] \Leftrightarrow \delta$ nombre impair de demi longueur dans le vide $\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)$ λ_0. $\delta = k\lambda_0,\ k \in \mathbb{Z}$.
$\delta = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2},\ k \in \mathbb{Z}$.

1.3 Utilisation de la notation complexe

Deux sources cohérentes et synchrones.
$s_1(M,t) = A_1\cos(\omega t + \varphi_1(M)) \rightarrow \underline{s_1} = A_1 e^{j(\omega t + \varphi_1(M))}$.
$s_2(M,t) = A_2\cos(\omega t + \varphi_2(M)) \rightarrow \underline{s_2} = A_2 e^{j(\omega t + \varphi_2(M))}$.
$\mathcal{E} = \frac{1}{2}K(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2))$

1.4 Notion de cohérence

Dans le calcul dondamental, $\varphi_1(M) - \varphi_2(M)$ apparaît. $\varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \varphi(S_1) - \varphi(S_2) + \dfrac{2\pi}{\lambda_0}((S_2M) - (S_1M))$.
Pour deux sources synchrones, $\varphi(S_1) - \varphi(S_2)$ n'est pas constant. C'est dû au mécanisme de la lumière : modèle de trains d'onde.
On doit pour obtenir des interférences, utiliser une seule source et un dispositif interféromatrique qui fabrique deux sources secondaires cohérentes. Ainsi, $\varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}((SS_2) - (SS_1))$.
On élimine l'influence du mécanisme d'émission de la lumière.

1.5 En résumé

- Si S_1 et S_2 ne sont pas synchrones, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$.
- Si S_1 et S_2 sont synchrones mais pas cohérentes, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$.
- Si S_1 et S_2 sont synchrones et cohérentes, on somme les amplitudes puis on passe aux éclairements : $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos(\Delta\varphi)$ avec $\Delta\varphi = \varphi_1(M) - \varphi_2(M)$.

2 Figures d'interférences

Maintenant, on considère à chaque fois des sources synchrones et cohérentes.

2.1 Champs d'interférences

Le champs d'interférence désigne la zone de suerposition des rayons issus des deux sources S_1 et S_2.

2.2 Franges d'interférences

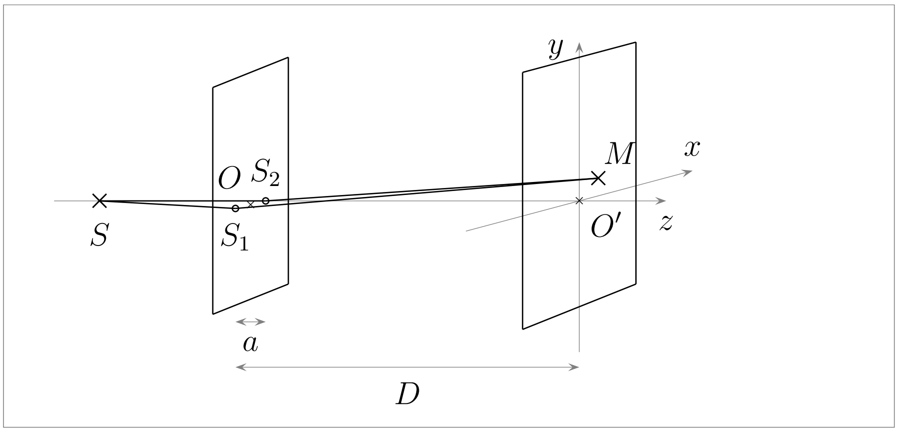
L'éclairement dans le champs d'interférences est fonction de M : $\mathcal{E}(M)$.
Si on fixe une valeur de $\mathcal{E}$, le lieu des points M tels que $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}$ définie une surface.
On observe le phénomène sur un écran. On observe donc les intersections des surfaces de même éclairement avec le plan de l'écran : on obtient des courbes dans le plan de même éclairement. On les appelles les franges d'interférences.

2.3 Exemple

Soit deux sources S_1 e S_2 à distance finie dans un milieu homogène d'indice n.
Les surfaces d'égal éclairement sont des hyperboloïdes de révolution de foyer S_1 et S_2.
Observation dans un plan perpendiculaire à S_1S_2 : franges circulaires centrés sur S_1S_2.
Observation dans un plan parallèle à S_1S_2 : les franges sont des hyperboles. Dans la pratique, on n'observe que les parties rectiligne et parallèles entre elles de ces hyperboles : franges rectilignes.

3 Trous de Young

3.1 Dispositif



$S_1 = \left(\frac{-a}{2}, 0, 0\right)$ et $S_2 = \left(\frac{a}{2}, 0, 0\right)$, $M(x, y, z)$.

3.2 Calcul de l'éclairement

Posons $\mathcal{E}_0$ la valeur commune d'éclairement dûe aux deux sources seules : $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$.
$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos(\Delta\varphi)$
On suppose $a \ll D$ et M au voisinage de O' i.e. $x \ll D$ et $y \ll D$.

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\right)$$

3.3 Description

$\mathcal{E}$ n'est fonction uniquement de x. On a donc bien des franges rectilignes et parallèles à Oy. $\mathcal{E}$ est périodique en x : les franges sont régulièrement espacées. L'interfrange désigne la période spatiale de la figure et est notée i.

$$i = \frac{\lambda_0 D}{na}$$

L'ordre d'interférence désigne p tel que $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ La frange centrale est particulière : elle est telle que l'ordre d'interférence est nul et $\delta = 0 = (SM)_1 - (SM)_2$.

4 Deux sources ponctuelles à l'infini

$$\mathcal{E} = A^2(1 + \cos(2k \sin\alpha z))$$

avec α l'angle entre $\overrightarrow{k_1}$ et l'horizontale.
Les surfaces de même éclairement sont les plan orthogonaux à Oz. On observe avec un écran placé dans le plan d'équation $x =$consante : on obtient des franges rectilignes parallèles entre elles.
Périodicité de $\mathcal{E}$ en z : $i = \frac{-\pi}{k \sin\alpha} = \frac{\lambda_0}{2n \sin\alpha}$.

5 Deux sources ponctuelles, écran perpendiculaire à l'axe des sources

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)\right)\right)$$

$\mathcal{E}$ n'est fonction que de ρ : on a des franges circulaires mais pas périodique en ρ.
Notons ρ_k le rayon correspondant au k^{e}anneau brillant.

$$\rho_k = \sqrt{\frac{2\lambda_0 D^2 k}{na}}$$

6 Localisation

Dans les exemples précédents, on aurait pu placer l'écran d'observation dans tout un volume et y voir des interféréences. Les interférences sont dites non localisées. C'est le cas pour toutes interférences à partir de deux sources ponctuelles.

7 Quelques dispositifs interférométriques

- miroir de Lloyde ;
- miroirs de Fresnel ;
- lentille de Billet ;
- biprisme de Fresnel ;
- interféromètre de Michelson.

8 Utilisation d'une lentille dans l'observation des interférences

On reprend l'expérience des trous de Young en ajoutant une lentille entre la plaque percée et l'écran d'observation.
Par le principe du retour inverse de la lumière et du théorème de Malus, on peut déterminer les chemins optiques.