OPHY Chapitre 4 : Interférences en lumière partiellement cohérente

24/11/2011

1 Position du problème

Jusqu'à présent, on a toujours utilisé devant les systèmes interférométriques une source ponctuelle et monochromatique mais ça n'existe pas.
Problème de cohérence spatiale lors du passage d'une source ponctuelle à une source étendue.
Problème de cohérence temporelle lors du passage de monochromatique à polychromatique.

2 Contraste local

2.1 Définition

$$C(x) = \frac{\mathcal{E}_{\max}(x) - \mathcal{E}_{\min}(x)}{\mathcal{E}_{\max}(x) + \mathcal{E}_{\min}(x)}$$

$C(x) \in [0, 1]$. $C(x) = 1$: contraste fort. $C(x) = 0$: contraste faible.

2.2 Un résultat

Très souvent, on aura $\mathcal{E}(x) = K\left(1 + f(x)\cos\left(\frac{2\pi x}{i}\right)\right)$.
Sous réserve que $f(x) \in [-1, 1]$ et que ses variations soient faibles sur une distance de l'ordre de i,

$$C(x) = |f(x)|$$

Note : on appelle la fonction sinus cardinal la fonction sinc : $\begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \left| \begin{array}{l} \dfrac{\sin x}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{array} \right. \end{cases}$

3 Sources ponctuelles multiple ou souce étendue : cohérence spatiale

3.1 Principe d'étude

Des sources ponctuelles de même caractéristiques mais physiquement distinctes sont nécessairement incohérentes.
Chacune, par l'utilisation d'un interféromètre donnera sa propre figure d'interférence décrité par $\mathcal{E}_i(M)$ d'où l'éclairement total : $\mathcal{E}(M) = \sum_i \mathcal{E}_i(M)$.
Une source étendue est constituée d'une infinité de sources élémentaires ponctuelles, incohérentes entre-elles, réparties linéiquement, surfaciquement ou en volume. Chacune de ces sources

Q donne sa propre figure d'interférences décrite par l'éclairement élémentaire $d\mathcal{E}_Q(M)$. Au total : $\mathcal{E}(M) = \displaystyle\int_{\text{source}} d\mathcal{E}_Q(M)$

3.2 Trous de Young éclairés par deux sources ponctuelles

$$\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a X}{\lambda_0 d}\right) \cos\left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a x}{\lambda_0 D}\right)\right)$$
$$C(x) = \left|\cos\left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a X}{\lambda_0 d}\right)\right|$$

3.3 Trous de Young éclairés par une fente source parallèle aux sources

$$\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi n_{\text{air}} a L}{\lambda_0 d}\right) \cos\left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a x}{\lambda_0 D}\right)\right)$$

On obtient des franges rectilignes périodiques en x espacées de $i = \dfrac{\lambda_0 D}{n_{\text{air}} a}$

$$C(x) = \left|\text{sinc}\left(\frac{\pi n_{\text{air}} a L}{\lambda_0 d}\right)\right|$$

On pose $L_{CS} = \dfrac{\lambda_0 d}{n_{\text{air}} a}$.
Pour $L \ll L_{CS}$, on a des franges bien contrastées : pas de brouillage.
Pour $L \gg L_{CS}$, on a des franges peu contrastées : brouillage.
L_{CS} est la longueur de cohérence spatiale du dispositif.
Remarques :

- L_{CS} dépend de la source et du dispositif interférométrique ;
- $L_{CS} = +\infty$ pour l'interterféromètre de Michelson en lame d'air.

3.4 Passage aux fentes d'Young

On prend la fente source orthogonale à l'axe des trous. Pour n'importe quelle source élémentaire, les sources secondaires sont en phase et donnent le même système de franges avec la frange centrale au même endroit et le même interfrange : coïncidence parfaite pour toute source élémentaire.
Si on étend les trous de manière orthogonale à la fente source, on a à nouveau superposition d'un très grand nombre de système de franges identiques.

4 Source polychromatique cohérente temporelle :

4.1 Démarche

Chaque longueur d'onde de la source donne son propre système d'interférence. Les différentes sources étant non synchrones, on obtient l'éclairement par sommation des éclairements dûs à chaque longueur d'onde.

- Spectre discret : N sources monochromatiques de longueur d'onde λ_i. $\mathcal{E}_i(M) = 2\mathcal{E}_{0,i}\left(1 + \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_i}\delta\right)\right)$

  Éclairement résultant : $\mathcal{E}(M) = \displaystyle\sum_i 2\mathcal{E}_{0,i}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_i}\delta\right)\right)$.

- Spectre continue : source décrite par sa densité spectrale $g(\nu)$.

$$\mathcal{E}(M) = \int_{\text{Source}} 2g(\nu)\left(1+\cos\left(\frac{2\pi\nu}{c}\delta\right)\right)d\nu$$

4.2 Source bichromatique

Deux sources monochromatique d'onde λ_1, λ_2.

$$\mathcal{E}(M) = 4\mathcal{E}_0\left(1+\cos\left(\pi\delta\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\pi\delta\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$$

Hypothèse : λ_1 et λ_2 très proches :
- $\lambda_1 \approx \lambda_2 = \lambda_0$;
- $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \gg \lambda_0$.

Cas des trous de Young :

$$C(x) = \left|\cos\left(\frac{2\pi}{2{\lambda_0}^2}\frac{\Delta\lambda a x}{D}\right)\right|$$

Dans le cas des trous de Young, l'abcisse correspondant au premier brouillage est :

$$x_b = \frac{\lambda_0^2 D}{2\Delta\lambda a}$$

4.3 Raie à profil rectangulaire

Une « vraie » raie de lampe spectrale est fine mais a une « largeur ».
Soit $\delta\nu$ la largeur du rectangle et g_0 sa hauteur (dans le graphe de la densité spectrale).

$$\mathcal{E}(M) = 2g_0\Delta\nu\left(1+\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)\cos\left(\frac{2\pi\delta(\nu_1+\nu_2)}{2c}\right)\right)$$

Dans le cas des trous de Young :

$$\mathcal{E}(M) = 2g_0\Delta\nu\left(1+\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a x\Delta\nu}{cD}\right)\cos\left(\frac{2\pi a x(\nu_1+\nu_2)}{2cD}\right)\right)$$

$$C(x) = \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a x\Delta\nu}{cD}\right)\right|$$

On pose $l_{CT} = \dfrac{c}{\Delta\nu} = \dfrac{1}{\Delta\sigma}$ la longueur de cohérence temporelle de la source. Les interférences en un point M de l'écran seront bien contrastées si $\delta(M) \ll l_{CT}$.

4.4 En lumière blanche

En lumière blanche, on ne voit que quelques franges d'interférences. On a, lorsqu'on s'écarte de la frange centrale des franges irisées (teintes de Newton) puis du blanc d'ordre dupérieur dont l'analyse spectrale donne un spectre cannelé : des longueurs d'onde sont absentes.

4.5 Lien avec le train d'onde

On pose $l_{CT} = \dfrac{1}{\Delta\sigma}$.
On voit que $\delta < l$ avec l la longueur d'un train d'onde.
Soit $\tau = \dfrac{l}{c} = \dfrac{1}{\Delta\nu}$ la durée d'un train d'onde.
On a par la transformée de Fourier : $\delta < l = c\tau = \dfrac{c}{\Delta\nu} = l_{CT}$

4.6 Conclusion, généralisation

Pour observer des interférences avec un bon contraste, il faut que δ au point d'observation soit telle que $\delta \ll l_{CT}$, longueur de cohérence temporelle de la source,, elle-même liée à sa largeur spectrale $l_{CT} = \dfrac{c}{\Delta\nu} = \dfrac{1}{\Delta\sigma}$.

5 Un point de vue général

L'éclairement est déterminé par $\Delta\varphi$.
On aura une bonne superposition si $\delta(\Delta\varphi) \ll 2\pi$.
$\delta(\Delta\varphi)$ est la différence des différences de phases au point d'observation entre deux éléments quelconques de la source.

- cohérence temporelle : $\delta_o \ll \dfrac{c}{\delta\nu}$ avec δ_o le chemin optique ;
- cohérence spatiale (cas des trous de Young) : $\delta X \ll \dfrac{\lambda d}{a}$.