

Physique
Optique physique

2011-2012

Table des matières

1	Introduction à l'optique physique	4
1.1	Modèle scalaire de la lumière	4
1.1.1	Éléments historiques	4
1.1.2	Postulats	4
1.1.3	Récepteurs lumineux	4
1.1.4	Éclairement	5
1.2	Lumière monochromatique	5
1.2.1	Définition	5
1.2.2	Représentation complexe	5
1.2.3	Expression de l'éclairement	5
1.3	Retard de phase, chemin optique	6
1.3.1	Généralisation	6
1.3.2	Cas particulier	6
1.4	Théorème de Malus	6
1.4.1	Surface d'onde	6
1.4.2	Énoncé	6
1.4.3	Application : formulation alternative du sigmatisme	6
1.4.4	Propriété	7
1.5	Exemples d'onde	7
1.5.1	Onde sphérique	7
1.5.2	Onde plane	7
2	Interférences à deux ondes	8
2.1	Éclairement résultant dû à deux ondes monochromatiques	8
2.1.1	Calcul avec les réels	8
2.1.2	Interprétation	8
2.1.3	Utilisation de la notation complexe	8
2.1.4	Notion de cohérence	9
2.1.5	En résumé	9
2.2	Figures d'interférences	9
2.2.1	Champs d'interférences	9
2.2.2	Franges d'interférences	9
2.2.3	Exemple	9
2.3	Trous de Young	10
2.3.1	Dispositif	10
2.3.2	Calcul de l'éclairement	10
2.3.3	Description	10
2.4	Deux sources ponctuelles à l'infini	10
2.5	Deux sources ponctuelles, écran perpendiculaire à l'axe des sources	11
2.6	Localisation	11

2.7	Quelques dispositifs interférométriques	11
2.8	Utilisation d'une lentille dans l'observation des interférences	11
3	L'interféromètre de Michelson	12
3.1	Interféromètre idéal	12
3.2	Utilisation avec une source ponctuelle à distance finie	12
3.2.1	Repliement	12
3.2.2	Observation des interférences	12
3.3	Utilisation avec une source étendue	12
3.3.1	Avantages - inconvénients	12
3.3.2	Lame d'air	13
3.3.3	Coin d'air	13
3.4	Interféromètre réel	13
4	Interférences en lumière partiellement cohérente	14
4.1	Position du problème	14
4.2	Contraste local	14
4.2.1	Définition	14
4.2.2	Un résultat	14
4.3	Sources ponctuelles multiple ou souce étendue : cohérence spatiale	14
4.3.1	Principe d'étude	14
4.3.2	Trous de Young éclairés par deux sources ponctuelles	15
4.3.3	Trous de Young éclairés par une fente source parallèle aux sources	15
4.3.4	Passage aux fentes d'Young	15
4.4	Source polychromatique cohérente temporelle :	16
4.4.1	Démarche	16
4.4.2	Source bichromatique	16
4.4.3	Raie à profil rectangulaire	16
4.4.4	En lumière blanche	17
4.4.5	Lien avec le train d'onde	17
4.4.6	Conclusion, généralisation	17
4.5	Un point de vue général	17
5	Les réseaux	18
5.1	Généralités	18
5.1.1	Définition	18
5.1.2	Exemples	18
5.1.3	Modélisation pour l'étude	18
5.1.4	Cadre de l'étude	18
5.2	Formule des réseaux	18
5.2.1	Manipulation	18
5.2.2	Interprétation	18
5.3	Le minimum de dérivation	19
5.4	Utilisation en lumière polychromatique	19
6	Diffraction	20
6.1	Introduction	20
6.2	Principe de Huygens-Fresnel	20
6.3	Diffraction de Fraunhofer	20
6.3.1	Cadre de l'étude	20
6.3.2	Formulation mathématique	21

6.3.3	Autre forme opérationnelle avec des différences de chemins optiques . . .	21
6.4	Diffraction par une ouverture rectangulaire	21
6.4.1	Calcul de l'éclairement	21
6.4.2	Description de la figure	21
6.4.3	Passage à la fente fine	22
6.4.4	Utilisation d'une lentille	22
6.5	Ouverture circulaire	22
6.6	Importance de la diffraction dans la formation des images en optique géométrique	22
6.6.1	Problématique	22
6.6.2	Lien avec la diffraction à l'infini	22
6.6.3	Critère de Rayleigh	22
6.7	Quelques propriétés générales	23
6.7.1	Translation de la pupille diffractante	23
6.7.2	Théorème des écrans complémentaires / de Babinet	23
6.7.3	Ensemble de pupilles identiques se déduisant les unes des autres par des translations	23

Chapitre 1

Introduction à l'optique physique

1.1 Modèle scalaire de la lumière

1.1.1 Éléments historiques

1678 : pour Huygens, la lumière est une onde. Pour Newton, c'est des corpuscules.

1801 : pour Young, la lumière est une onde : interférences. Aidé par Fresnel.

1864 : Maxwell étudie l'électromagnétisme. Ces recherches le mène à établir que la lumière est une onde électromagnétique.

1881 : Michelson et Morley montrent que la vitesse de la lumière est identique dans tous les référentiels. Contradiction avec la loi de composition des vitesses. Einstein établit la théorie de la relativité.

1905 : Einstein étudie l'effet photoélectrique qui suppose que la lumière est formée de corpuscule. La dualité de la lumière est établie, la dualité onde-corpuscule de la lumière. Ceci donne naissance à la mécanique quantique.

1924 : Louis Broglie établit que c'est une onde de matière.

1.1.2 Postulats

- La lumière est une vibration scalaire $s(M, t)$ qui se propage le long des rayons lumineux (ceux de l'optique géométrique) à la vitesse $v = \frac{c}{n}$ dans un milieu d'indice optique n , c étant la vitesse de la lumière dans le vide.
- Si en M au temps t arrivent N vibrations lumineuses $s_i(M, t)$, la vibration résultante est

$$s(M, t) = \sum_{i=1}^N s_i(M, t).$$

1.1.3 Récepteurs lumineux

Un récepteur lumineux est caractérisé par son temps de réponse τ . 10^{-1} s pour l'oeil, 10^{-2} pour les capteurs CCD, 10^{-4} pour les émulsions photographiques et 10^{-6} pour les photodiodes. T est le temps caractéristique des variations de la lumière : $T = 10^{-15}$.

La lumière est une onde électromagnétique pour certaines fréquences auxquelles l'oeil est sensible.

Les récepteurs sont sensibles à la valeur moyenne de l'énergie reçue, moyennée sur le temps de réponse.

1.1.4 Éclairement

C'est la grandeur utile pour l'étude de l'optique physique. C'est la puissance moyenne reçu par le receptrer sur son temps de réponse τ noté $\mathcal{E}(M)$. $\mathcal{E}(M)$ est proportionnelle à $K \times \langle s^2(M, t) \rangle_t$. L'éclairement est une puissance surfacique : $[W \cdot m^{-2}]$.

1.2 Lumière monochromatique

1.2.1 Définition

Une lumière monochromatique est décrite par $s(M, t) = \underbrace{A(M)}_{\text{amplitude}} \cos(\underbrace{\omega t + \varphi(M)}_{\text{phase } \varphi(M, t)})$. Caracté-

risation temporelle de la vibration :

- pulsation ω ;
- période $T = \frac{2\pi}{\omega}$;
- fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$.

Caractérisation spatiale dans le vide de la vibration :

- longueur d'onde dans le vide qui est la distance parcourut par la lumière dans le vide pendant une période $\lambda_0 = cT = \frac{c}{f}$;
 - nombre d'onde dans le vide $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$;
 - vecteur d'onde dans le vide $\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{u}$ avec $\vec{u}$ vecteur unitaire tangent à la trajectoire du rayon lumineux.
- $k_0 = \|\vec{k}_0\| = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ (par abus, k_0 est parfois nommé vecteur d'onde).

Dans un milieu d'indice n , on a :

$$v = \frac{c}{n} \quad \lambda = vT = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n} \quad \sigma = n\sigma_0 \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} = n\vec{k}_0$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

Remarque : lumière : $\lambda_0 \in [400, 800]$.

1.2.2 Représentation complexe

$s(M, t)$ monochromatique réel : $A(M) \cos(\omega t + \varphi(M))$ se voit associé sa représentation complexe $\underline{s}(M, t) = A(M) e^{j(\omega t + \varphi(M))}$. C'est l'amplitude temporelle complexe.

$s(M, t) = \underbrace{A(M) e^{j\varphi(M)}}_{\underline{a}(M)} e^{j\omega t}$. C'est l'amplitude complexe. $\underline{s}(M, t) = \underline{a}(M) e^{j\omega t}$.

On passe de $\underline{s}(M, t)$ à $s(M, t)$ par $s(M, t) = \text{Re}(s(M, t))$ ou $s(M, t) = |\underline{a}(M)| \cos(\omega t + \arg(\underline{a}(M)))$.

1.2.3 Expression de l'éclairement

$$\mathcal{E}(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle_t = \frac{1}{2} K A^2(M) \text{ avec } s \text{ monochromatique.}$$

Remarque : $\mathcal{E}(M) = \frac{1}{2} K \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)$.

1.3 Retard de phase, chemin optique

1.3.1 Généralisation

On se place dans un milieu inhomogène.

On pose le chemin optique (MN) entre M et N , défini par $(MN) = \int_M^N n(P)dl$.

On a alors $\varphi(N) = \varphi(M) - \frac{2\pi}{\lambda_0}(MN)$.

(MN) est une grandeur algébrique positive si N est au delà de M (dans le sens de propagation de la lumière).

$\varphi(N) - \varphi(M) = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(MN)$:

- si $-\frac{2\pi}{\lambda_0}(MN) = 0[2\pi]$, alors M et N vibrent en phase. (MN) est multiple de la longueur d'onde dans le vide ;
- si $-\frac{2\pi}{\lambda_0}(MN) = \pi[2\pi]$: opposition de phase. (MN) est un nombre impair de $\frac{\lambda_0}{2}$.

1.3.2 Cas particulier

Le chemin optique est dit purement géométrique. Dans certains cas particulier, il faut rajouter des termes (optiques).

- Cas de la réflexion vitreuse (réflexion sur un dioptré entre un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent) ou sur un métal : il faut rajouter $\frac{\lambda_0}{2}$ au chemin optique :

$$(MN) = nMI + \frac{\lambda_0}{2} + nIN.$$

- Cas d'un rayon lumineux passe par un point de convergence : $(MN) = nMN + \frac{\lambda_0}{2}$.

1.4 Théorème de Malus

1.4.1 Surface d'onde

Soit une source ponctuelle S monochromatique.

Une surface d'onde Σ associée à S est un lieu de points M tels que (SM) est constant.

$M_i \in \Sigma$, $(SM_1) = (SM_2) = \dots = (SM_N)$.

$M \in \Sigma$, $\varphi(M)$ est constante. Tous le $M \in \Sigma$ ont même état vibratoire.

1.4.2 Énoncé

Après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont orthogonaux aux surfaces d'ondes.

1.4.3 Application : formulation alternative du stigmatisme

Soit A et A' deux points.

Le système optique est rigoureusement stigmatique pour (AA') si les chemins optiques (AA') sont les mêmes pour tous les rayons lumineux issus de A et passant par A' .

1.4.4 Propriété

Les chemins optiques entre deux mêmes surfaces d'onde sont indépendant des rayons lumineux suivis.

1.5 Exemples d'onde

1.5.1 Onde sphérique

Une onde est sphérique si ses surfaces d'ondes sont des sphères centrées en un même point O . Elles sont de la forme $S(M, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ avec A une constante, $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{k} = k \cdot \vec{u}$, $k > 0$.

Dans ce cas, il s'agit d'une onde divergente à partir de O .

Si $s(M, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})$, il s'agit d'une onde convergente vers O .

1.5.2 Onde plane

Une onde est plane si ses surfaces d'onde sont planes et parallèles entre elles. $s(M, t) = A \cos(\omega t + \varphi(O) - \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM})$.

Chapitre 2

Interférences à deux ondes

2.1 Éclairement résultant dû à deux ondes monochromatiques

Soit deux sources S_1, S_2 et M un point de l'espace. $s_1(S_1, t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{S_1})$ et $s_2(S_2, t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{S_2})$ avec A_1, A_2 sont des constantes.

2.1.1 Calcul avec les réels

$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} K A_1^2$ et $\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} K A_2^2$. Formule de Fresnel des interférences à deux ondes : $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos(\Delta\varphi(M))$ avec $\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$.

2.1.2 Interprétation

Valeur maximale de $\mathcal{E}$: $\mathcal{E}_{\min} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$.

Valeur maximale de $\mathcal{E}$: $\mathcal{E}_{\max} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$.

Cas particulier : $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$: $\mathcal{E}_{\min} = 4\mathcal{E}_0$ et $\mathcal{E}_{\max} = 0$.

Si $\Delta\varphi(M) = 0[2\pi]$, l'éclairement est maximal : on a des interférences constructives.

Si $\Delta\varphi(M) = \pi[2\pi]$, l'éclairement est minimal : on a des interférences destructives.

Mais il faut que les sources soient non seulement synchrones mais cohérentes. Pour cela, il faut une seule source et un dispositif interférométrique qui donnera deux sources secondaires cohérentes.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((SM)_1 - (SM)_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta.$$

$\Delta\varphi(M) = 0[2\pi] \Leftrightarrow \delta$ est un nombre entier de fois λ_0 . $\delta = k\lambda_0$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\Delta\varphi(M) = \pi[2\pi] \Leftrightarrow \delta$ nombre impair de demi longueur dans le vide $\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)$. $\delta = k\lambda_0$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

2.1.3 Utilisation de la notation complexe

Deux sources cohérentes et synchrones.

$$s_1(M, t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1(M)) \rightarrow \underline{s}_1 = A_1 e^{j(\omega t + \varphi_1(M))}.$$

$$s_2(M, t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2(M)) \rightarrow \underline{s}_2 = A_2 e^{j(\omega t + \varphi_2(M))}.$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} K (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$$

2.1.4 Notion de cohérence

Dans le calcul fondamental, $\varphi_1(M) - \varphi_2(M)$ apparaît. $\varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \varphi(S_1) - \varphi(S_2) + \frac{2\pi}{\lambda_0}((S_2 M) - (S_1 M))$.

Pour deux sources synchrones, $\varphi(S_1) - \varphi(S_2)$ n'est pas constant. C'est dû au mécanisme de la lumière : modèle de trains d'onde.

On doit pour obtenir des interférences, utiliser une seule source et un dispositif interférométrique qui fabrique deux sources secondaires cohérentes. Ainsi, $\varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}((S S_2) - (S S_1))$.

On élimine l'influence du mécanisme d'émission de la lumière.

2.1.5 En résumé

- Si S_1 et S_2 ne sont pas synchrones, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$.
- Si S_1 et S_2 sont synchrones mais pas cohérentes, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$.
- Si S_1 et S_2 sont synchrones et cohérentes, on somme les amplitudes puis on passe aux éclaircissements : $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos(\Delta\varphi)$ avec $\Delta\varphi = \varphi_1(M) - \varphi_2(M)$.

2.2 Figures d'interférences

Maintenant, on considère à chaque fois des sources synchrones et cohérentes.

2.2.1 Champs d'interférences

Le champ d'interférence désigne la zone de superposition des rayons issus des deux sources S_1 et S_2 .

2.2.2 Franges d'interférences

L'éclairement dans le champ d'interférences est fonction de $M : \mathcal{E}(M)$.

Si on fixe une valeur de $\mathcal{E}$, le lieu des points M tels que $\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}$ définit une surface.

On observe le phénomène sur un écran. On observe donc les intersections des surfaces de même éclairement avec le plan de l'écran : on obtient des courbes dans le plan de même éclairement.

On les appelle les franges d'interférences.

2.2.3 Exemple

Soit deux sources S_1 et S_2 à distance finie dans un milieu homogène d'indice n .

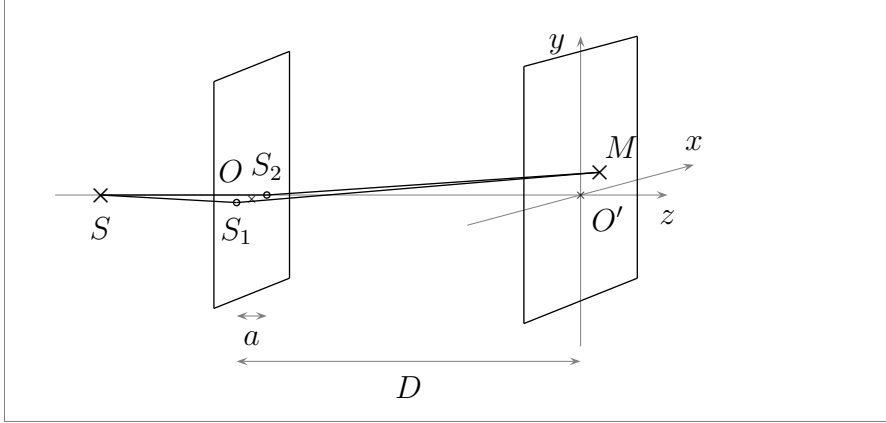
Les surfaces d'égal éclairement sont des hyperboloïdes de révolution de foyer S_1 et S_2 .

Observation dans un plan perpendiculaire à $S_1 S_2$: franges circulaires centrées sur $S_1 S_2$.

Observation dans un plan parallèle à $S_1 S_2$: les franges sont des hyperboles. Dans la pratique, on n'observe que les parties rectilignes et parallèles entre elles de ces hyperboles : franges rectilignes.

2.3 Trous de Young

2.3.1 Dispositif



$$S_1 = \left(\frac{-a}{2}, 0, 0 \right) \text{ et } S_2 = \left(\frac{a}{2}, 0, 0 \right), M(x, y, z).$$

2.3.2 Calcul de l'éclairement

Posons $\mathcal{E}_0$ la valeur commune d'éclairement due aux deux sources seules : $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$.
 $\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$
 On suppose $a \ll D$ et M au voisinage de O' i.e. $x \ll D$ et $y \ll D$.

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n}{\lambda_0} \frac{ax}{D} \right) \right)$$

2.3.3 Description

$\mathcal{E}$ n'est fonction uniquement de x . On a donc bien des franges rectilignes et parallèles à Oy . $\mathcal{E}$ est périodique en x : les franges sont régulièrement espacées. L'interfrange désigne la période spatiale de la figure et est notée i .

$$i = \frac{\lambda_0 D}{na}$$

L'ordre d'interférence désigne p tel que $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$. La frange centrale est particulière : elle est telle que l'ordre d'interférence est nul et $\delta = 0 = (SM)_1 - (SM)_2$.

2.4 Deux sources ponctuelles à l'infini

$$\mathcal{E} = A^2(1 + \cos(2k \sin \alpha z))$$

avec α l'angle entre $\vec{k}_1$ et l'horizontale.

Les surfaces de même éclairement sont les plan orthogonaux à Oz . On observe avec un écran placé dans le plan d'équation $x = \text{constante}$: on obtient des franges rectilignes parallèles entre elles.

Périodicité de $\mathcal{E}$ en z : $i = \frac{-\pi}{k \sin \alpha} = \frac{\lambda_0}{2n \sin \alpha}$.

2.5 Deux sources ponctuelles, écran perpendiculaire à l'axe des sources

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} na \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2} \right) \right) \right)$$

$\mathcal{E}$ n'est fonction que de ρ : on a des franges circulaires mais pas périodique en ρ .
Notons ρ_k le rayon correspondant au k^{e} anneau brillant.

$$\rho_k = \sqrt{\frac{2\lambda_0 D^2 k}{na}}$$

2.6 Localisation

Dans les exemples précédents, on aurait pu placer l'écran d'observation dans tout un volume et y voir des interférences. Les interférences sont dites non localisées. C'est le cas pour toutes interférences à partir de deux sources ponctuelles.

2.7 Quelques dispositifs interférométriques

- miroir de Lloyd ;
- miroirs de Fresnel ;
- lentille de Billet ;
- biprisme de Fresnel ;
- interféromètre de Michelson.

2.8 Utilisation d'une lentille dans l'observation des interférences

On reprend l'expérience des trous de Young en ajoutant une lentille entre la plaque percée et l'écran d'observation.

Par le principe du retour inverse de la lumière et du théorème de Malus, on peut déterminer les chemins optiques.

Chapitre 3

L'interféromètre de Michelson

3.1 Interféromètre idéal

Il comprend :

- deux miroirs plans M_1 et M_2 orthogonaux ou quasi orthogonaux entre eux ;
- une lame semi-réfléchissante, aussi appelée séparatrice, infiniment fine placée suivant la bissectrice des deux miroirs.

3.2 Utilisation avec une source ponctuelle à distance finie

3.2.1 Repliement

On introduit l'image S' de la source par la séparatrice et l'image M'_1 du miroir M_1 par rapport à la lame séparatrice. Par symétrie, les chemins optiques seront les mêmes dans l'interféromètre déplié et dans l'interféromètre replié. On distingue alors deux configuration :

- en lame d'air : M_1 et M_2 sont orthogonaux donc M'_1 et M'_2 sont parallèles ;
- en coin d'air : M_1 et M_2 ne sont pas orthogonaux donc M'_1 et M'_2 ne sont pas parallèles.

3.2.2 Observation des interférences

Lame d'air

Avec un écran orthogonal à l'axe des sources, on observe des anneaux d'interférences.

Coin d'air

Avec un écran orthogonal à l'axe des sources, on observe des franges rectilignes d'interférences régulièrement espacées.

3.3 Utilisation avec une source étendue

3.3.1 Avantages - inconvénients

On espère obtenir un phénomène plus lumineux. Mais il y a alors superpositions de beaucoup de figures et d'interférences décalées les unes par rapport aux autres. On a soit un éclaircissement uniforme soit un brouillage.

Pour un dispositif à division du front d'onde, il y a toujours brouillage.

Pour un dispositif à division d'amplitude, il y a brouillage partout sauf pour une surface particulière, la surface de localisation des interférences. Cette surface est le lieu d'intersection des deux rayons lumineux issus d'un même rayon incident.

3.3.2 lame d'air

L'intersection est rejetée à l'infini. La surface de localisation est donc à l'infini. Pour l'observation, on rajoute une lentille convergente en sortie pour ramener la figure à distance finie en plaçant l'écran dans le plan focal image de la lentille.

$$\delta = 2ne \cos i$$

avec e la distance entre les deux miroirs et i l'angle $\widehat{MO_2O}$.

On dit qu'il y a contact optique quand $e = 0$.

3.3.3 Coin d'air

Les interférences sont localisées sur les miroirs. Observation à l'oeil nu ou avec une lentille de projection. L'écran et les miroirs sont alors conjugués par la lentille.

$$\delta = 2ne$$

avec e la distance entre les deux miroirs. e est local.

$$i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

3.4 Interféromètre réel

On trouve en plus des éléments cités précédemment une lame compensatrice. La séparatrice n'étant pas infiniment fine, il y a une dissymétrie parfois gênante.

La compensatrice est une lame à faces parallèles identique à la séparatrice sauf pour le traitement anti-reflet. Elle symétrise les trajets.

Chapitre 4

Interférences en lumière partiellement cohérente

4.1 Position du problème

Jusqu'à présent, on a toujours utilisé devant les systèmes interférométriques une source ponctuelle et monochromatique mais ça n'existe pas.

Problème de cohérence spatiale lors du passage d'une source ponctuelle à une source étendue.

Problème de cohérence temporelle lors du passage de monochromatique à polychromatique.

4.2 Contraste local

4.2.1 Définition

$$C(x) = \frac{\mathcal{E}_{\max}(x) - \mathcal{E}_{\min}(x)}{\mathcal{E}_{\max}(x) + \mathcal{E}_{\min}(x)}$$

$C(x) \in [0, 1]$. $C(x) = 1$: contraste fort. $C(x) = 0$: contraste faible.

4.2.2 Un résultat

Très souvent, on aura $\mathcal{E}(x) = K \left(1 + f(x) \cos \left(\frac{2\pi x}{i} \right) \right)$.

Sous réserve que $f(x) \in [-1, 1]$ et que ses variations soient faibles sur une distance de l'ordre de i ,

$$C(x) = |f(x)|$$

Note : on appelle la fonction sinus cardinal la fonction sinc :
$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \left| \begin{array}{l} \frac{\sin x}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

4.3 Sources ponctuelles multiple ou souce étendue : cohérence spatiale

4.3.1 Principe d'étude

Des sources ponctuelles de même caractéristiques mais physiquement distinctes sont nécessairement incohérentes.

Chacune, par l'utilisation d'un interféromètre donnera sa propre figure d'interférence décrite par $\mathcal{E}_i(M)$ d'où l'éclairement total : $\mathcal{E}(M) = \sum_i \mathcal{E}_i(M)$.

Une source étendue est constituée d'une infinité de sources élémentaires ponctuelles, incohérentes entre-elles, réparties linéiquement, surfaciquement ou en volume. Chacune de ces sources Q donne sa propre figure d'interférences décrite par l'éclairement élémentaire $d\mathcal{E}_Q(M)$. Au total : $\mathcal{E}(M) = \int_{\text{source}} d\mathcal{E}_Q(M)$

4.3.2 Trous de Young éclairés par deux sources ponctuelles

$$\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a X}{\lambda_0 d} \right) \cos \left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a x}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

$$C(x) = \left| \cos \left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a X}{\lambda_0 d} \right) \right|$$

4.3.3 Trous de Young éclairés par une fente source parallèle aux sources

$$\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi n_{\text{air}} a L}{\lambda_0 d} \right) \cos \left(\frac{2\pi n_{\text{air}} a x}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

On obtient des franges rectilignes périodiques en x espacées de $i = \frac{\lambda_0 D}{n_{\text{air}} a}$

$$C(x) = \left| \text{sinc} \left(\frac{\pi n_{\text{air}} a L}{\lambda_0 d} \right) \right|$$

On pose $L_{CS} = \frac{\lambda_0 d}{n_{\text{air}} a}$.

Pour $L \ll L_{CS}$, on a des franges bien contrastées : pas de brouillage.

Pour $L \gg L_{CS}$, on a des franges peu contrastées : brouillage.

L_{CS} est la longueur de cohérence spatiale du dispositif.

Remarques :

- L_{CS} dépend de la source et du dispositif interférométrique ;
- $L_{CS} = +\infty$ pour l'interféromètre de Michelson en lame d'air.

4.3.4 Passage aux fentes d'Young

On prend la fente source orthogonale à l'axe des trous. Pour n'importe quelle source élémentaire, les sources secondaires sont en phase et donnent le même système de franges avec la frange centrale au même endroit et le même interfrange : coïncidence parfaite pour toute source élémentaire.

Si on étend les trous de manière orthogonale à la fente source, on a à nouveau superposition d'un très grand nombre de système de franges identiques.

4.4 Source polychromatique cohérente temporelle :

4.4.1 Démarche

Chaque longueur d'onde de la source donne son propre système d'interférence. Les différentes sources étant non synchrones, on obtient l'éclairement par sommation des éclairements dûs à chaque longueur d'onde.

- Spectre discret : N sources monochromatiques de longueur d'onde λ_i .

$$\mathcal{E}_i(M) = 2\mathcal{E}_{0,i} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_i} \delta \right) \right)$$

$$\text{Éclairement résultant : } \mathcal{E}(M) = \sum_i 2\mathcal{E}_{0,i} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_i} \delta \right) \right).$$

- Spectre continue : source décrite par sa densité spectrale $g(\nu)$.

$$\mathcal{E}(M) = \int_{\text{Source}} 2g(\nu) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\nu}{c} \delta \right) \right) d\nu$$

4.4.2 Source bichromatique

Deux sources monochromatique d'onde λ_1, λ_2 .

$$\mathcal{E}(M) = 4\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos \left(\pi\delta \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \cos \left(\pi\delta \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \right)$$

Hypothèse : λ_1 et λ_2 très proches :

- $\lambda_1 \approx \lambda_2 = \lambda_0$;
- $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \gg \lambda_0$.

Cas des trous de Young :

$$C(x) = \left| \cos \left(\frac{2\pi}{2\lambda_0^2} \frac{\Delta\lambda ax}{D} \right) \right|$$

Dans le cas des trous de Young, l'abscisse correspondant au premier brouillage est :

$$x_b = \frac{\lambda_0^2 D}{2\Delta\lambda a}$$

4.4.3 Raie à profil rectangulaire

Une « vraie » raie de lampe spectrale est fine mais a une « largeur ».

Soit $\delta\nu$ la largeur du rectangle et g_0 sa hauteur (dans le graphe de la densité spectrale).

$$\mathcal{E}(M) = 2g_0\Delta\nu \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c} \right) \cos \left(\frac{2\pi\delta(\nu_1 + \nu_2)}{2c} \right) \right)$$

Dans le cas des trous de Young :

$$\mathcal{E}(M) = 2g_0\Delta\nu \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ax\Delta\nu}{cD} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax(\nu_1 + \nu_2)}{2cD} \right) \right)$$

$$C(x) = \left| \text{sinc} \left(\frac{\pi ax\Delta\nu}{cD} \right) \right|$$

On pose $l_{CT} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\sigma}$ la longueur de cohérence temporelle de la source. Les interférences en un point M de l'écran seront bien contrastées si $\delta(M) \ll l_{CT}$.

4.4.4 En lumière blanche

En lumière blanche, on ne voit que quelques franges d'interférences. On a, lorsqu'on s'écarte de la frange centrale des franges irisées (teintes de Newton) puis du blanc d'ordre supérieur dont l'analyse spectrale donne un spectre cannelé : des longueurs d'onde sont absentes.

4.4.5 Lien avec le train d'onde

On pose $l_{CT} = \frac{1}{\Delta\sigma}$.

On voit que $\delta < l$ avec l la longueur d'un train d'onde.

Soit $\tau = \frac{l}{c} = \frac{1}{\Delta\nu}$ la durée d'un train d'onde.

On a par la transformée de Fourier : $\delta < l = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu} = l_{CT}$

4.4.6 Conclusion, généralisation

Pour observer des interférences avec un bon contraste, il faut que δ au point d'observation soit telle que $\delta \ll l_{CT}$, longueur de cohérence temporelle de la source,, elle-même liée à sa largeur spectrale $l_{CT} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\sigma}$.

4.5 Un point de vue général

L'éclairement est déterminé par $\Delta\varphi$.

On aura une bonne superposition si $\delta(\Delta\varphi) \ll 2\pi$.

$\delta(\Delta\varphi)$ est la différence des différences de phases au point d'observation entre deux éléments quelconques de la source.

- cohérence temporelle : $\delta_o \ll \frac{c}{\delta\nu}$ avec δ_o le chemin optique ;
- cohérence spatiale (cas des trous de Young) : $\delta X \ll \frac{\lambda d}{a}$.

Chapitre 5

Les réseaux

5.1 Généralités

5.1.1 Définition

Un réseau est un ensemble de motifs diffractants, appelés traits du réseau, régulièrement espacés, séparés par une distance a appelé le « pas » du réseau.

On note n le nombre de traits par unité de longueur du réseau. On a $a = \frac{1}{n}$.

5.1.2 Exemples

- Réseaux par réflexion : réseau à échelettes ;
- Réseaux par transmission
 - par amplitude ;
 - par phase.

5.1.3 Modélisation pour l'étude

Un trait un est une fente infiniment fine qui diffracte la lumière quasiment uniformément dans toutes les directions.

5.1.4 Cadre de l'étude

La source est placée à l'infini. L'observation se fait à l'infini i.e. avec un écran très éloigné ou dans le plan focal d'une lentille convergente.

5.2 Formule des réseaux

5.2.1 Manipulation

On observe des taches lumineuses dans la direction d'incidence et dans d'autres directions privilégiées. L'intensité de ces taches décroît lorsqu'on s'écarte de la direction d'incidence. Plus n est grand, plus les taches sont écartées et moins il y a de taches visibles.

5.2.2 Interprétation

Calculons $\delta_{i|i+1}$ la différence de marche entre deux rayons passés par deux traits successifs :
 $\delta_{i|i+1} = a(\sin \theta - \sin \theta_i)$.

θ désigne l'angle entre la normale au réseau et les rayons qui sortent du réseau tandis que θ_i désigne l'angle entre les rayons entrants dans le réseau et la normale.

On aura interférences constructives si $\delta_{i|i+1} = p\lambda$ i.e. $\sin \theta_p - \sin \theta_i = \frac{p\lambda}{a}$.

Ce raisonnement est valable car si on des interférences constructives pour deux traits successifs, elles seront constructives pour tous les traits du réseau.

θ_p est une direction privilégiée dans laquelle on trouve une tache.

Formule des réseaux :

$$\sin \theta_p = \sin \theta_i + \frac{p\lambda}{a}$$

5.3 Le minimum de dérivation

Pour un ordre donnée a , il existe une incidence particulière $\theta_{i_m,p}$ telle que la dérivation correspondant à cet ordre soit minimale.

$$\theta_{i_m} = -\theta_{i_m,p}$$

Les directions d'incidences et d'observation sont symétriques par rapport au réseau.

La formule des réseaux devient alors $2 \sin \theta_{p,m} = \frac{p\lambda}{a}$.

$$D_{m,p} = \theta_{p,m} - \theta_{i_m,p} \text{ donc } 2 \sin \left(\frac{D_{m,p}}{2} \right) = \frac{p\lambda}{a}.$$

Utilisation : mesure de a pour une longueur d'onde étalon puis mesure d'une longueur d'onde inconnue.

5.4 Utilisation en lumière polychromatique

Un réseau est un système dispersif. Les grandes longueurs d'onde sont plus déviées que les autres.

Remarque : quand p augmente, le système est plus dispersif : intéressant pour l'analyse de la lumière. Mais on tombe sur le problème de recouvrement des ordres pour p élevé.

Chapitre 6

Diffraction

6.1 Introduction

Diffringere : casser en morceaux.

Diffraction : éparpillement de la lumière qui apparaît quand on essaie de contraindre latéralement sa propagation (exemple : trous de Young).

Elle a toujours lieu mais n'est pas forcément observable. Effets notables quand la taille caractéristique de l'obstacle est de l'ordre de la longueur d'onde.

6.2 Principe de Huygens-Fresnel

Idée de Huygens : pour trouver ce qui se passe au delà d'une surface, on peut remplacer la source primaire S par un ensemble de sources secondaires émettant des ondelettes sphériques réparties sur cette surface.

Idée de Fresnel : toutes ces sources secondaires, dans le cas de la lumière, sont cohérentes entre-elles. L'état vibratoire en un point M résulte d'une interférence entre les ondes émises par ces sources.

Énoncé du principe : Chaque élément de surface dS_P centré sur P , de la pupille diffractante atteint par l'onde incidente se comporte comme une source secondaire émettant une ondelette, de même fréquence, de même phase que l'onde incidente et dont l'amplitude est proportionnelle à dS_P . Toutes ces sources sont cohérentes entre-elles.

6.3 Diffraction de Fraunhofer

6.3.1 Cadre de l'étude

Pupille diffractante : ouverture transparente dans un plan.

Dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer, la source d'ondes planes S_∞ est à l'infini et l'observation se fait en un point M_∞ , à l'infini.

But déterminer l'éclairement dans la direction de M_∞ dû à la diffraction par la pupille de l'onde venant de S_∞ .

Remarque : pour coder une éventuelle modification de l'onde incidente par la pupille, on introduit la transparence complexe $\underline{t}(P)$, en P , l'amplitude « ressentie » de l'onde incidente. $\underline{s}(P, t) = \underline{t}(P)\underline{s}_i(P, t)$.

6.3.2 Formulation mathématique

Soient $\vec{k}_i$ le vecteur d'onde associé une onde émise par S_∞ et $\vec{k}$ le vecteur d'onde associé au rayon résultant. $\underline{s}_o$ l'amplitude complexe de la source.

$$S(M_\infty, t) = \iint_{\Sigma} K \underline{s}_0 \underline{t}(P) e^{j\omega t} e^{-j\vec{k}_i \cdot \overrightarrow{S_\infty P}} \cdot e^{-j\vec{k} \cdot \overrightarrow{PM_\infty}} dS_P$$

On introduit un point O de référence dans le plan de la pupille (si possible le centre de symétrie).

$$\underline{s}(M_\infty) = K \underline{s}_0 \iint_{\Sigma} \underline{t}(P) e^{j(\vec{k} - \vec{k}_i) \cdot \overrightarrow{OP}} dS_P$$

$$\vec{k}_i = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{vmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{vmatrix} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix}$$

$$\underline{s}(M_\infty) = K \underline{s}_0 \iint_{X,Y} \underline{t}(P) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha - \alpha_i)X + (\beta - \beta_i)Y)} dX dY$$

6.3.3 Autre forme opérationnelle avec des différences de chemins optiques

On pose $\delta_{P/O} = (S_\infty P M_\infty) - (S_\infty O M_\infty)$

$$\underline{s}(M_\infty) = K \underline{s}_0 \iint_{\Sigma} \underline{t}(P) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{P/O}} dS_P$$

6.4 Diffraction par une ouverture rectangulaire

6.4.1 Calcul de l'éclairement

Soit une fente rectangulaire centrée en O , de hauteur b et de largeur a .

$$\mathcal{E}(M_\infty) = \frac{1}{2} K s_0^2 a^2 b^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi(\alpha - \alpha_i)a}{\lambda} \right) \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi(\beta - \beta_i)b}{\lambda} \right)$$

6.4.2 Description de la figure

La valeur maximale globale est prise pour $\alpha = \alpha_i$ et $\beta = \beta_i$ ce qui correspond à $\vec{u} = \vec{u}_i$. C'est dans la direction d'incidence : la direction de l'optique géométrique.

Avec $\beta = \beta_i$ fixé, on a :

$$\mathcal{E}(\alpha) = \mathcal{E}_{\max} \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} a (\alpha_i - \alpha) \right)$$

Le long de l'axe $\beta = \beta_i$, on observe des traits : un grand trait central, très lumineux, de largeur angulaire $2p = \frac{2\lambda}{a}$, entouré de traits secondaires deux fois moins lumineux et dont l'éclairement décroît.

On a une tache principale de diffraction, très lumineuse, centrée sur la direction de l'optique géométrique de largeur angulaire totale $\frac{2\lambda}{a} + \frac{2\lambda}{d}$. On a des taches secondaires, beaucoup moins lumineuses dont une (ou deux) dimension(s) angulaire(s) est (sont) deux fois plus petite(s).

6.4.3 Passage à la fente fine

Ouverture rectangulaire pour laquelle $b \gg a$.

Pour le calcul, on se limitera à une intégrale simple (diffraction due à b négligée).

6.4.4 Utilisation d'une lentille

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$$
$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x/f' \\ y/f' \\ 1 \end{pmatrix}$$

6.5 Ouverture circulaire

On peut écrire le début du calcul mais on ne peut pas le finir avec les fonctions habituelles.

Les maxima secondaires sont encore plus faibles que pour l'ouverture rectangulaire.

Compte-tenu de la symétrie de révolution, une seule variable est nécessaire.

Le rayon angulaire correspondant à la 1^{er} annulation est $\frac{1,22\lambda}{D}$ avec $D = 2R$ le diamètre du trou.

6.6 Importance de la diffraction dans la formation des images en optique géométrique

6.6.1 Problématique

La lentille est de taille finie (diamètre D) contraint l'onde incidente. Ceci entraîne la diffraction. Ainsi, S' , l'image de S , ne sera pas ponctuelle.

6.6.2 Lien avec la diffraction à l'infini

S' n'est pas ponctuelle mais est une tache d'Airy centrée sur S' dont la taille dépend entre autre de D , f' et d .

6.6.3 Critère de Rayleigh

Soient deux sources S_1 et S_2 qui donnent deux taches d'Airy.

Si elle ne se superposent pas, on arrive à distinguer les deux images.

Si elle se superposent trop, on n'arrive pas à distinguer les deux images.

Cas limite de séparation : définit le pouvoir de séparation :

le premier minimum d'une des taches de diffraction est confondu avec le maximum de l'autre tache.

Conclusion : le pouvoir de séparation de tout appareil optique est toujours limité par le phénomène de diffraction.

6.7 Quelques propriétés générales

6.7.1 Translation de la pupille diffractante

Soit Σ une pupille diffractante.

Si on fait subir une translation dans son plan à Σ , l'éclairement restera le même : $\mathcal{E}'(M_\infty) = \mathcal{E}(M_\infty)$.

6.7.2 Théorème des écrans complémentaires / de Babinet

Les figures de diffractions de deux écrans complémentaires sont identiques en tout point différent de la direction de l'optique géométrique.

6.7.3 Ensemble de pupilles identiques se déduisant les unes des autres par des translations

On a N pupilles diffractantes de points homologues O_i .

Toutes les sources secondaires de toutes les pupilles sont cohérentes : il faut sommer les amplitudes et pas les éclairements.

$$\mathcal{E}(M_\infty) = \mathcal{E}_1(M_\infty) \left| \sum_{i=1}^N e^{-\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{O_i/O_1}} \right|^2$$

$\mathcal{E}_1(M_\infty)$ est l'éclairement dû à une seule source.

$\left| \sum_{i=1}^N e^{-\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{O_i/O_1}} \right|^2$ est un terme d'interférence entre les N sources secondaires ponctuelles O_i (indépendant de la forme de Σ).