

FICHE THERMODYNAMIQUE

1 Conduction thermique

Vecteur densité volumique de courant thermique de conduction : Le transfert thermique par conduction est entièrement caractérisé par le vecteur densité volumique de courant thermique de conduction $\vec{j}_{\text{th}}$.

Son flux à travers une surface élémentaire orientée $\vec{dS}$ est égale à la puissance thermique traversant dS et comptée positivement dans le sens de $\vec{dS}$.

$$d\mathcal{P}_{\text{th}} = d\phi_{\text{th}} = \vec{j}_{\text{th}} \cdot \vec{dS}$$

$\vec{j}_{\text{th}}$ est en $W \cdot m^{-2}$.

Loi phénoménologique : loi de Fourier :

$$\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$$

λ : constante caractéristique du milieu dans lequel a lieu la conduction thermique. C'est la conductivité thermique. Unité : $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

Le signe moins signifie que les transferts thermiques ont lieu dans le sens des températures décroissantes.

$\vec{j}_{\text{th}} \neq \vec{0}$ dès que T non uniforme.

Équation de diffusion de la chaleur : Milieu évoluant à volume constant et est immobile macroscopiquement. Soit ρ sa masse volumique, λ sa conductivité thermique et $c = c_V$ sa capacité thermique massique (à volume constant).

- Cas général :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = 0$$

- Cas linéaire à une dimension :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

- Géométrie cylindrique à une dimension :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

- Géométrie sphérique à une dimension :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

Cas avec sources : On caractérise les transferts thermiques par une puissance volumique $\mathcal{P}_V$.

Commentaire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a \Delta T = 0$$

a en $m^2 \cdot s^{-1}$: temps pour que la diffusion se fasse sentir à une distance r_0 .

Conditions aux limites : Pour résoudre complètement un problème de diffusion thermique, on a besoins des conditions aux limites.

2 Rayonnement thermique

Notations :

- ϕ : flux thermique : W ;
- φ : flux thermique surfacique : $W \cdot m^{-2}$;
- φ_λ : flux thermique surfacique par unié de longueur d'onde : $W \cdot m^{-3}$.

Corps quelconque : ϕ^i : flux incidente ; ϕ^a : flux absorbé ; ϕ^r : flux réfléchi ; ϕ^t : flux transmis.

$$\phi^i = \phi^r + \phi^a + \phi^t$$

Pour un corps parfaitement transparent : $\phi^a = \phi^r = 0$, $\phi^i = \phi^t$.

Pour un corps parfaitement opaque : $\phi^i = \phi^a + \phi^r$, $\phi^t = 0$.

Le coprs peut émettre du rayonnement : ϕ^e .

On définit le flux partant $\phi^P = \phi^r + \phi^e$ et le flux radiatif : $\phi^R = \phi^P - \phi^i$.

Pour un corps opaque, on a : $\phi^t = 0$, $\phi^R = \phi^e - \phi^a$.

Équilibre radiatif : Pour un corps opaque, on a un état d'équilibre radiatif si $\phi^R = 0$ i.e. si $\phi^P = \phi^i$ et $\phi^a = \phi^e$.

Loi de Planck : Le spectre du rayonnement thermique est continu et non uniforme en longueur d'onde. Il est caractérisé par une densité spectrale $g_\lambda(\lambda, T)$.

$$g_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k_B \cdot T}} - 1}$$

$$g_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi \cdot \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}} - 1}$$

$$d\varphi_\lambda^i = g_\lambda(\lambda, T) = d\varphi_\lambda^P$$

Loi du déplacement de Wien : À température fixée, la densité $g_\lambda(\lambda, T)$ présente un maximum pour λ_m telle que $\lambda_m \cdot T = \text{cte} = 2898 \text{ K} \mu m \cdot K$.

Loi de Stephan(-Boltzman) : Puissance surfacique totale rayonnée :

$$\varphi = \int g_\lambda(\lambda, T) d\lambda = \sigma \cdot T^4$$

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ est la constante de Stephan.

Corps noir : Un corps noir est un corps opaque absorbeur total.

Conséquence : $\phi^i = \phi^a$, $\phi^P = \phi^e$.

Corps noir en équilibre radiatif et thermique :

$$\varphi^a = \varphi^i = \varphi^P = \varphi^e = \Sigma \cdot T^4$$

Corps noir en équilibre thermodynamique local à la température T :

$$\varphi^e = \Sigma \cdot T^4$$